Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1101

Задача № 1

№1

Обозначим первое число в последовательности за n, второе за $n+1$, третье за $n+2$, четвёртое за $n+3$.

Допустим, произведение чисел второй группы больше произведения чисел первой группы.

Возможны следующие комбинации чисел в группах:

1) в первой группе $n+1$ и $n+2$, во второй n и $n+3$

2) ~~во~~ в первой группе n и $n+1$, во второй $n+2$ и $n+3$

3) в первой группе n и $n+2$, во второй $n+1$ и $n+3$

Рассмотрим эти случаи. В первом случае:

$n\cdot(n+3)-(n+1)(n+2)=2023$

$n^2+3n-n^2-2n-n-2=2023$

Номер страницы 1 Всего страниц 8

1	2	3	4	5	итого
7	0	7	3	0	17.
Смирнова Л. И.	Трубачинова Е. В., Барышенская Е. И.	Король Л. Н., Кизирова Э. Ю.	Высилова В. В., Сарыгова А. А.	Гуськова Т. Н., Лоринцова З. В.	

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр: М-1101

Задача №

$-2 = 2023$, => уравнение не имеет решений

Во втором случае:

$(n+2)\cdot(n+3) - n\cdot(n+1) = 2023$

$n^2+3n+2n+6-n^2-n=2023$

$4n = 2017$; число 2017 не делится нацело на 4, => данное уравнение не имеет подходящих решений, так как по условию нам подходят только натуральные числа.

Рассмотрим третий случай:

$(n+1)\cdot(n+3) - n\cdot(n+2) = 2023$

$n^2+3n+n+3-n^2-2n=2023$

$2n = 2020$

$n = 1010$, теперь найдём остальные три числа последовательности: $n+1 = 1011$, $n+2 = 1012$, $n+3 = 1013$

Ответ: 1010, 1011, 1012, 1013

7б

Администрация
Белгородского района
Белгородской области
Управление образования
308519, Белгородский район,
пгт.Северный,
ул. Олимпийская, 8б
тел.:39-90-30, факс:39-90-34

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1101

Задача №3

№3

Между городами, находящимися на одном острове, не ~~нужны переправы~~ нужно сообщения, следовательно, чтобы количества сообщений было наименьшим, как можно больше городов должны находиться на одном острове;

Такая ситуация возможна, когда на 19 островах есть равно 1 город, а на двадцатом острове находится 11 городов.

Сначала найдём, сколько сообщений нужно, чтобы соединить 19 островов;

Чтобы соединить 2 острова, нужно 1 сообщение, для 3 островов - 3 сообщения, для четырёх - 6, для пяти - 10, для шести - 15. Исходя из этой последовательности, можно вывести формулу,

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1101

Задача №

позволяющую найти количество сообщений при известном количестве островов:

$m = \frac{n\cdot(n-1)}{2}$, где n - количество островов, m - количество сообщений

По этой формуле найдём количество сообщений между 19 островами:

~~$m = \frac{n\cdot(n-1)}{2} =$~~

$m = \frac{n\cdot(n-1)}{2} = \frac{19\cdot(19-1)}{2} = \frac{19\cdot 18}{2} = 171$

Также у нас есть остров с 11 городами; Каждый из этих 11 городов должен быть связан с 19 городами, которые располагаются на других островах; получается $11\cdot 19 = 209$ сообщений, => всего для 20 островов потребуется создать $171+209=380$ сообщений; Ответ: 380

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1101

Задача № 4

№4

$(a+c)(a+b+c)<0$

$a^2+ab+ac+ac+bc+c^2<0$

$a^2+2ac+c^2+ab+bc<0$

$(a+c)^2+ab+bc<0$

$(a+c)^2$ всегда ≥ 0, $\Rightarrow$ ~~ab~~ $ab+bc<0$

$b(a+c)<0$

Произведение меньше 0, когда один из множителей меньше 0, а другой больше 0. Следовательно, возможно два случая.

1 Случай:

$\begin{cases} b<0, \\ a+c>0 \end{cases}$

2 Случай:

$\begin{cases} b>0, \\ a+c<0 \end{cases}$

Администрация
Белгородского района
Белгородской области
Управление образования
308519, Белгородский район,
пгт.Северный,
ул. Олимпийская, 8б
тел.:39-90-30, факс:39-90-34

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1101

Задача №

№2

Если n - чётное число, => всё выражение является чётным числом

Если n - нечётное число, => n^8, n^6, n^4, n^2 - ~~чётные и~~ нечётные числа, но их сумма будет чётна, => всё выражение будет чётно.

Следовательно, при любых значениях n число $n^8+n^6+n^4+n^2+100$ будет чётным;

~~И~~ Ответ: 5

10б

№4

$(a+c)(a+b+c)<0$

Произведение меньше 0, когда один из множителей меньше 0, а другой больше 0. Следовательно, возможно два случая:

~~1. Случай:~~

Номер страницы 6 Всего страниц 8

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: ______________

Задача № 4

1 случай:

$\begin{cases} a+c>0 \\ a+b+c<0 \end{cases}$ $\begin{cases} a>-c \\ a+b<-c \end{cases} \Rightarrow b<0$

~~Если $c>0$:~~ ~~Если $c<0$:~~

$\cancel{\begin{cases} b<0 \\ a>-c \\ a+b<-c \end{cases}}$

2 случай:

$\begin{cases} a+c<0 \\ a+b+c>0 \end{cases}$ $\begin{cases} a<-c \\ a+b>-c \end{cases} \Rightarrow b>0$

~~Следовательно, не~~

Рассмотрим неравенство

$(b-c)^2 > 4a(a+b+c)$ +

~~Если $a+b+c<0$: при $c>0$ – a положительное или отрицательное, при $c<0$ - положительное;~~

$a>-c \Rightarrow a^2>c^2$

$a+b<-c \Rightarrow a^2+2ab+b^2<c^2$

Администрация
Белгородского района
Белгородской области
Управление образования
308519, Белгородский район,
пгт.Северный,
ул. Олимпийская, 8б
тел.:39-90-30, факс:39-90-34

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1101

Задача №

Если $a+b+c>0$:

$a<-c, \Rightarrow a^2<c^2$

$a+b>-c \Rightarrow a^2+2ab+b^2>c^2$

$(b-c)^2>4a(a+b+c)$

$b^2-2bc+c^2>4a^2+4ab+4ac$

№5

Ответ: 15°

Администрация Белгородского района Белгородской области
Управление образования
308519, Белгородский район, пгт.Северный, ул. Олимпийская, 8б
тел.:39-90-30, факс:39-90-34

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр: М-1107

Задача №

№1

$n;\ n+1;\ n+2;\ n+3$

Группы чисел: чётные и нечётные.

нечётные > чётные =>

$\Rightarrow (n+1)(n+3)-n(n+2)=2023$

$n^2+3n+n+3-(n^2+2n)=2023$

$2n+3=2023$

$2n=2020$

$n=1010$

Ответ: 1010; 1011; 1012; 1013. 5Б.

№4

$(a+c)(a+b+c)<0 \Rightarrow a+c<0 \quad a+b+c>0$

или

$a+c>0 \quad a+b+c<0$

Рассмотрим 3 случая:

1) $a<0;\ b>0;\ c>0;\ b+c>|a|$

2) $a>0;\ c>0;\ b<0;\ a+c<|b|$

3) $a>0;\ b>0;\ c<0;\ a+b>|c|$

?

1	2	3	4	5	Итого
5	7	3	0	X	15

Номер страницы 1 Всего страниц 4

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр: М-1107

Задача №

В первом случае $(b-c)^2$, как и во всех остальных будет положительным.

Т.к. $b+c>|a|$ ⇒ во втором выражении получится отрицательное число ⇒ $(b+c)^2>4a(a+b+c)$, ч.т.д.

Во втором случае, т.к. $|b|>a+c$, во втором выражении также получится отрицательное число. В первом из-за квадрата будет всегда положительное, о чем я писал в первом случае.

$$\Downarrow$$

$$(b-c)^2>4a(a+b+c), \text{ ч.т.д.}$$

В третьем случае оба выражения будут положительными.

Однако в первом выражении под квадратом получится число гораздо больше $(b+|c|)^2$.

$a<|c|$ в любом из представляемых случаев в третьем случае, иначе выражение $(a+c)(a+b+c)<0$ не будет выполняться.

$$\Downarrow$$

$$(b-c)^2>4a(a+b+c), \text{ ч.т.д.}$$

$n°2$

$$n^8+n^6+n^4+n^2+100 \mid n+1$$

$$-\,n^8+n^7 \qquad n^7-n^6+2n^5-2n^4+3n^3-3n^2+4n-4$$

$$-n^7+n^6+n^4$$

$$-\,n^7+n^6$$

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1107

Задача №

$$
\begin{array}{l}
2n^6+n^4+n^2 \\
-\ 2n^6+2n^5 \\
\quad -2n^5+n^4+n^2+100 \\
\quad -\ -2n^5-2n^4 \\
\qquad 3n^4+n^2+100 \\
\qquad -\ 3n^4+3n^3 \\
\qquad\quad -3n^3+n^2+100 \\
\qquad\quad -\ -3n^3-3n^2 \\
\qquad\qquad -4n^2+100 \\
\qquad\qquad 4n^2+4n \\
\qquad\qquad\quad -4n+100 \\
\qquad\qquad\quad -\ -4n-4 \\
\qquad\qquad\qquad 104
\end{array}
$$

$(n^7-n^6+2n^5-2n^4+3n^3-3n^2+4n-4)(n+1)+104$ делится на $n+1$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow n+1=104 \Rightarrow n=103$

7б

Ответ: 103

№3

Разместим на каждом острове по одному городу, что является обязательным по условию.

21й город если поставить на первый остров нужно будет совершить 20 переправ, а если на 2ой остров – 19

Для первых 20ти городов понадобится $19+18+...+2+1=190$ паромных сообщений. Для следующих 10ти городов к каждому нужно еще 19 $\Rightarrow 19\cdot 10=190$ $\quad 190+190=380$ паромных сообщений

В случае расстановки 19 остров с одним городом и одного острова с 11 городами

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр: М-1107

Задача №

Ответ в задаче №3: 380.

Номер страницы 4 Всего страниц 4

Администрация
Белгородского района
Белгородской области
Управление образования
308519, Белгородский район,
пгт.Северный,
ул. Олимпийская, 8б
тел.: 39-90-30, факс: 39-90-34

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1109

Задача №

1. Ряд чисел: n; $n+1$; $n+2$; $n+3$

2023 - нечет. => группы чисел чет/нечет или нечет/чет:

$(n+3)(n+1)-(n+2)n=2023$

$n^2+n+3n+3-(n^2+2n)=2023$

$2n+3=2023$

$n=1010$, тогда числа: 1010; 1011; 1012; 1013 5б.

3. Для первых 20 городов кол-во соединений:

$19+18+17...+2+1=190$

Следующие 10 городов на произвольных 10 островах:

$10 \cdot 19=190$

Итого: $190+190=380$. Ответ: 380

2. При делении выражения $(n^8+n^6+n^4+n^2+100)$ на $(n+1)$

частное состоит из 2 частей: выражение с n, кратное

$(n+1)$ и число 104. Для того, чтобы $(n^8+n^6+n^4+n^2+100)$

делилось на $(n+1)$, максимальное значение n:

$n+1=104$
$n=103$ Ответ: $n_{max}=103$

1	2	3	4	5	Итого
5	7	3	0	X	15

Номер страницы 1 Всего страниц 2

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

Шифр: М-1109

Задача №

4. Рассмотрим несколько вариантов:

1) $a + c < 0$. Тогда существует 2 случая:

$a < 0$; $|a| > |c|$: $\quad$ $c < 0$; $|c| > |a|$

$a + b + c > 0$ $\quad$ $a > 0$

$\Downarrow$

$|b + c| > |a|$? $\quad$ $a + b + c > 0$

$\Downarrow$ $\quad$ $|a + b| > |c|$?

$\Downarrow$

$4a(a+b+c) < 0$ $\quad$ $4a(a+b+c) > 0$; $-4a(a+b+c) < 0$

$(b-2)^2 \geq 0$ $\quad$ $-4a(a+b+c) + (b-c)^2 > 0$

$\Downarrow$ $\quad$ $\Downarrow$

$(b-c)^2 > 4a(a+b+c)$ $\quad$ $(b-c)^2 > 4a(a+b+c)$

2) $\begin{cases} a+b+c < 0 \\ a+c > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < -b-c \\ a > -c \end{cases}$ при c - положе. b - отриц. a - положе. $|b| > |c| \Rightarrow$

Тогда $4a(a+b+c) < 0$; $(b-c)^2 \geq 0 \Rightarrow (b-c)^2 > 4a(a+b+c)$