8-14

№1

Для того, в любом квадрате 2×2 и 3×3 сумма чисел была нечётна, нужно чтобы в любом квадрате 2×2 и 3×3 количество нечётных чисел было нечётным. Так как сторона квадрата 3×3 не делится нацело на сторону квадрата 2×2, а квадрат 7×7 больше квадрата 3×3, выполнить это не получится.

Ответ: нельзя.

№2

$S_{треугольника} = \frac{1}{2}ab$. Если узнать во сколько раз изменились стороны треугольника, можно узнать, во сколько раз изменилась его площадь. Первый график линейной функции — $y = kx + b$. Второй график — $y = 2kx + 0,5b$.

$a = y$, если $x = 0$

$y = k \cdot 0 + b$ $\quad$ $y = 2k \cdot 0 + 0,5b$

$y = b$ $\quad$ $y = 0,5b$

$a_1 = b$ $\quad$ $a_2 = 0,5b$

$\frac{a_1}{a_2} = 2$

№п/п	1	2	3	4	5	6	
±	−	+	X	+	−	−	14
баллы	0	7	X	7	0	0	
подпись							

$b = x$, если $y = 0$

$kx + b = 0$ $\quad$ $2kx + 0,5b = 0$

$kx = -b$ $\quad$ $2kx = -0,5b$

$x = -\frac{b}{k}$ $\quad$ $x = -\frac{0,5b}{2k}$

$b_1 = x$ $\quad$ $x = -\frac{b}{4k}$

$b_2 = x$

$\frac{b_1}{b_2} = 4$

$S_1 = \frac{1}{2} a b$ 8-14

$S_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{4} b = \frac{1}{16} a b$

$\frac{S_1}{S_2} = 8$

Ответ: площадь треугольника уменьшится в 8 раз.

№4

Чтобы выяснить изначальное количество рыцарей, нужно сначала найти их количество в одном сегменте. Весь круг состоит из множества одинаковых сегментов. Сегмент должен подходить условиям:

1) 2019 должно делиться на количество аборигенов в сегменте.

2) Каждый из аборигенов мог сказать, что среди его двух соседей есть представитель его племени.

3) Если в любую часть круга добавить лжеца, то расстановка должна перестать быть правильной.

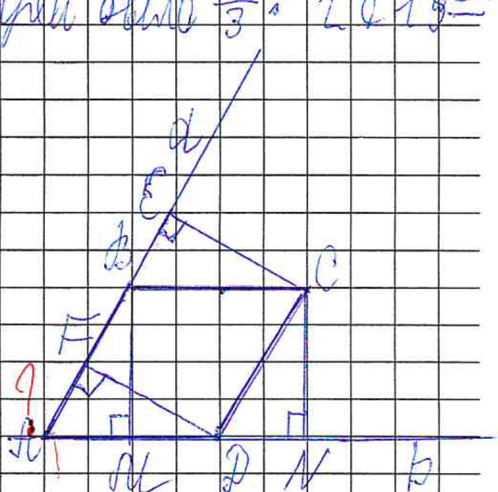
Единственный сегмент, соответствующий условиям, выглядит так:

рыцарь, лжец, рыцарь

А значит в изначальной расстановке рыцарей было $\frac{2}{3} \cdot 2019 = 1346$.

Ответ: 1346 рыцарей. +

№6



Дано:

$\angle BAD < 90°$

от a до A + от a до C = от a до B + от D до a

от b до A + от b до C = от b до B + от b до D

Доказать:

$ABCD$ — параллелограмм

Доказательство:

8 − 14

так как от а до A − 0; от а до B − 0, то от а до C = от а до D,
тоесть $CE = DF$
так как CE − расстояние, то $\angle CEF = 90^\circ$
так как DF − расстояние, то $\angle DFE = 90^\circ$
$CDFE$ − прямоугольник, поэтому $CD \parallel EF$
так как $CD \parallel EF$, то $CD \parallel AB$
так как от b до A − 0; от b до D − 0, то от b до C = от b до B,
тоесть $CN = BM$
так как CN − расстояние, то $\angle CNM = 90^\circ$
так как BM − расстояние, то $\angle BMN = 90^\circ$
$BCNM$ − прямоугольник, поэтому $BC \parallel MN$
так как $BC \parallel MN$, то $BC \parallel AD$
так как $BC \parallel AD$; $CD \parallel AB$, то $ABCD$ − параллелограмм.

№5

Для того, чтобы найти наименьшее значение N, у него должно быть минимальное количество делителей. При этом делители должны быть наименьшими. Наименьшие делители − числа от 1 до 9. Из этих чисел простыми не являются 4; 6; 8; 9. При этом $4 = 2 \cdot 2$; $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$; $9 = 3 \cdot 3$. Чтобы N делилось на определённое число, его необходимо умножать на это число. Просто умножаем на недостающие множители. $N = 2 \cdot \overset{6}{3} \cdot \overset{12}{2} \cdot \overset{60}{5} \cdot \overset{420}{7} \cdot \overset{840}{2} \cdot 3 =$
$= 2520$

Ответ: $N = 2520$.